

SOLUCIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
ECUACIONES DIFERENCIALES
SEMESTRE 2015-2
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

ABRIL 20 DE 2015

> restart

1) (20/100 puntos) OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL NO LINEAL (sin usar dsolve o relativos)

> Ecuacion := x·sqrt(1 + y·2) + y·sqrt(1 + x·2)·y'=0

$$\text{Ecuacion} := x\sqrt{1+y(x)^2} + y(x)\sqrt{1+x^2} \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \quad (1)$$

>

RESPUESTA 1)

> with(DEtools) :

> odeadvisor(Ecuacion)

[_separable] (2)

> M := x√(1 + y²); N := y√(1 + x²)

$$M := x\sqrt{1+y^2}$$

$$N := y\sqrt{1+x^2} \quad (3)$$

> P := x; Q := √(1 + y²); R := √(1 + x²); S := y

$$P := x$$

$$Q := \sqrt{1+y^2}$$

$$R := \sqrt{1+x^2}$$

$$S := y \quad (4)$$

> SolucionGeneral := int(P/R, x) + int(S/Q, y) = C₁

$$\text{SolucionGeneral} := \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} = C_1 \quad (5)$$

> Comprobacion := dsolve(Ecuacion)

$$\text{Comprobacion} := \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y(x)^2} + _C1 = 0 \quad (6)$$

>

FIN RESPUESTA 1)

> restart

2) (20/100 puntos) OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL NO LINEAL (sin usar dsolve o relativos)

> Ecuacion := sin(x·y) + x·y·cos(x·y) + x·2·cos(x·y)·y'=0

$$\text{Ecuacion} := \sin(xy(x)) + xy(x)\cos(xy(x)) + x^2\cos(xy(x)) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \quad (7)$$

>

RESPUESTA 2)

> with(DEtools) :
 > odeadvisor(Ecuacion) [_{_homogeneous, class G}, _exact] (8)

> M := sin(x y) + x y cos(x y); N := x² cos(x y)
 M := sin(x y) + x y cos(x y)
 N := x² cos(x y) (9)

> ComprobacionExtra := simplify(diff(M, y) - diff(N, x)) = 0
 ComprobacionExtra := 0 = 0 (10)

> IntMx := simplify(int(M, x))
 IntMx := sin(x y) x (11)

> SolucionGeneral := simplify(IntMx + int((N - diff(IntMx, y)), y)) = C₁
 SolucionGeneral := sin(x y) x = C₁ (12)

> comprobacion := dsolve(Ecuacion)
 comprobacion := y(x) = $\frac{\arcsin\left(\frac{C_1}{x}\right)}{x}$ (13)

FIN RESPUESTA 2)

> restart

3) (20/100 puntos) OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL NO LINEAL (sin usar dsolve o relativos)

> Ecuacion := $\frac{x}{\sqrt{x \cdot 2 + y \cdot 2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \left(\frac{y}{\sqrt{x \cdot 2 + y \cdot 2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y \cdot 2} \right) \cdot y' = 0$
 Ecuacion := $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y(x)^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y(x)} + \left(\frac{y(x)}{\sqrt{x^2 + y(x)^2}} + \frac{1}{y(x)} - \frac{x}{y(x)^2} \right) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0$ (14)

RESPUESTA 3)

> with(DEtools) :
 > odeadvisor(Ecuacion) [_{_exact}] (15)

> M := $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; N := $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}$
 M := $\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
 N := $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}$ (16)

> ComprobacionExtra := simplify(diff(M, y) - diff(N, x)) = 0
 ComprobacionExtra := 0 = 0 (17)

> IntMx := int(M, x)

$$\text{IntMx} := \sqrt{x^2 + y^2} + \ln(x) + \frac{x}{y} \quad (18)$$

> $\text{SolucionGeneral} := \text{IntMx} + \text{int}((N - \text{diff}(\text{IntMx}, y)), y) = C_1$

$$\text{SolucionGeneral} := \sqrt{x^2 + y^2} + \ln(x) + \frac{x}{y} + \ln(y) = C_1 \quad (19)$$

> $\text{comprobacion} := \text{dsolve}(\text{Ecuacion})$

$$\text{comprobacion} := \sqrt{x^2 + y(x)^2} + \ln(x) + \frac{x}{y(x)} + \ln(y(x)) + _C1 = 0 \quad (20)$$

>

FIN RESPUESTA 3)

> restart

4) (20/100 puntos) OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL NO LINEAL (sin usar dsolve o relativos)

> $\text{Ecuacion} := 2 \cdot x \cdot y \cdot \log(y) + (x \cdot 2 + y \cdot 2 \cdot \text{sqrt}(y \cdot 2 + 1)) \cdot y' = 0$

$$\text{Ecuacion} := 2 x y(x) \ln(y(x)) + (x^2 + y(x)^2 \sqrt{y(x)^2 + 1}) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \quad (21)$$

>

RESPUESTA 4)

> $\text{with}(\text{DEtools}) :$

> $\text{odeadvisor}(\text{Ecuacion})$

$$[[_1st_order, _with_symmetry_ [F(x)*G(y), 0]]] \quad (22)$$

> $\text{intfactor}(\text{Ecuacion})$

$$\frac{1}{y(x)} \quad (23)$$

> $\text{FactInt} := \frac{1}{y}$

$$\text{FactInt} := \frac{1}{y} \quad (24)$$

> $M := 2 \cdot x \cdot y \cdot \log(y); N := x \cdot 2 + y \cdot 2 \cdot \text{sqrt}(y \cdot 2 + 1);$

$$M := 2 x y \ln(y)$$

$$N := x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1} \quad (25)$$

> $MM := \text{FactInt} \cdot M; NN := \text{expand}(\text{FactInt} \cdot N)$

$$MM := 2 x \ln(y)$$

$$NN := \frac{x^2}{y} + y \sqrt{y^2 + 1} \quad (26)$$

> $\text{ComprobacionExtra} := \text{diff}(MM, y) - \text{diff}(NN, x) = 0$

$$\text{ComprobacionExtra} := 0 = 0 \quad (27)$$

> $\text{IntMMx} := \text{int}(MM, x)$

$$\text{IntMMx} := x^2 \ln(y) \quad (28)$$

> $\text{SolucionGeneral} := \text{IntMMx} + \text{int}((NN - \text{diff}(\text{IntMMx}, y)), y) = C_1$

$$\text{SolucionGeneral} := x^2 \ln(y) + \frac{1}{3} (y^2 + 1)^{3/2} = C_1 \quad (29)$$

> $\text{comprobacion} := \text{dsolve}(\text{Ecuacion})$

$$\text{comprobacion} := x^2 \ln(y(x)) + \frac{1}{3} (y(x)^2 + 1)^{3/2} + _CI = 0 \quad (30)$$

> FIN RESPUESTA 4)

> restart

5) (20/100 puntos) OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL NO LINEAL (sin usar dsolve o relativos)

$$\text{Ecuacion} := y' = \frac{2 \cdot x \cdot y}{3 \cdot x \cdot 2 - y \cdot 2}$$

$$\text{Ecuacion} := \frac{d}{dx} y(x) = \frac{2 x y(x)}{3 x^2 - y(x)^2} \quad (31)$$

> RESPUESTA 5)

> with(DEtools) :

> odeadvisor(Ecuacion)

$$[[_{\text{homogeneous, class A}}, _{\text{rational}}, _{\text{dAlembert}}] \quad (32)$$

> EcuacionDos := simplify(isolate(eval(subs(y(x) = v(x) \cdot x, Ecuacion)), diff(v(x), x)))

$$\text{EcuacionDos} := \frac{d}{dx} v(x) = - \frac{v(x) (-1 + v(x)^2)}{x (-3 + v(x)^2)} \quad (33)$$

$$P := - \frac{1}{x}; Q := \frac{v (-1 + v^2)}{(-3 + v^2)}$$

$$P := - \frac{1}{x}$$

$$Q := \frac{v (-1 + v^2)}{-3 + v^2} \quad (34)$$

> comprobar := P \cdot Q

$$\text{comprobar} := - \frac{v (-1 + v^2)}{x (-3 + v^2)} \quad (35)$$

> SolucionDos := -int(P, x) + int(1/Q, v) = log(C1)

$$\text{SolucionDos} := \ln(x) - \ln(v + 1) - \ln(v - 1) + 3 \ln(v) = \ln(C_1) \quad (36)$$

> SolucionGeneral := simplify(isolate(subs(v = y/x, isolate(SolucionDos, x)), C1))

$$\text{SolucionGeneral} := C_1 = - \frac{y^3}{x^2 - y^2} \quad (37)$$

> Solucion := C1 = - y(x)^3 / (x^2 - y(x)^2)

$$\text{Solucion} := C_1 = - \frac{y(x)^3}{x^2 - y(x)^2} \quad (38)$$

> comprobacion := isolate(diff(Solucion, x), diff(y(x), x))

(39)

$$\text{comprobacion} := \frac{d}{dx} y(x) = - \frac{2 x y(x)}{-3 x^2 + y(x)^2} \quad (39)$$

> Ecuacion

$$\frac{d}{dx} y(x) = \frac{2 x y(x)}{3 x^2 - y(x)^2} \quad (40)$$

>

FIN RESPUESTA 5)

> restart

FIN DEL EXAMEN