¿Qué es una Ecuación Diferencial?

Es una "expresión matemática" que tiene forma "ECUACIÓN" y que contiene, al menos, una de las derivadas de una función desconocida denominada "INCÓGNITA".

$$F\left(x, y(x), y'(x), \ldots\right) = 0$$

$y(x)$ incógnita

x var. independiente.

x	$F(x) = 0$	
x	$F(x, y) = 0$	$y(x)$

¿Qué significa resolver una ED?

Encontrar la forma de la incógnita que satisface la ecuación diferencial.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0 \qquad y(x)$$

$$y(x) = 4e^{2x} + 6e^{3x} \qquad \text{"Solución"}$$

$$\frac{dy}{dx} = 8e^{2x} + 18e^{3x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 16e^{2x} + 54e^{3x}$$

$$\left[16e^{2x} + 54e^{3x}\right] - 5\left[8e^{2x} + 18e^{3x}\right] + 6\left[4e^{2x} + 6e^{3x}\right] = 0$$

$$(16 - 40 + 24)e^{2x} + (54 - 90 + 36)e^{3x} = 0$$

$$(0)e^{2x} + (0)e^{3x} = 0$$

$$0 \equiv 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

$$y(x) = 2e^{2x} + 4e^{-2x}$$

$$\frac{dy}{dx} = 4e^{2x} - 8e^{-2x}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 8e^{2x} + 16e^{-2x}$$

$$\left[8e^{2x} + 16e^{-2x}\right] - 5\left[4e^{2x} - 8e^{-2x}\right] + 6\left[2e^{2x} + 4e^{-2x}\right] = 0$$

$$(8 - 20 + 12)e^{2x} + (16 + 40 + 24)e^{-2x} = 0$$

$$(0)e^{2x} + (80)e^{-2x} \neq 0$$

$$\boxed{\text{ED}} \xrightarrow[\text{solución}]{\text{método de}} \boxed{\text{S}}$$

$$\underline{\text{Soluciones EDO}} \left\{ \begin{array}{ll} \text{general} & (1) \\ \underline{\text{particular}} & (\infty) \\ \text{"singular"} & (\#) \end{array} \right.$$

$$y = C_1 e^x + C_2 x e^x$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = C_1 e^x + C_2 (x e^x + e^x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = (C_1 + C_2) e^x + C_2 x e^x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = (C_1 + C_2) e^x + C_2 (x e^x + e^x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = (C_1 + 2C_2) e^x + C_2 x e^x.$$

$$\frac{dy}{dx} = C_1 e^x + C_2 (x e^x + e^x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = C_1 e^x + C_2 (x e^x + e^x + e^x)$$

$$= C_1 e^x + C_2 (x e^x + 2e^x).$$

$$\begin{bmatrix} e^x & x e^x + e^x \\ e^x & x e^x + 2e^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dy}{dx} \\ \frac{d^2y}{dx^2} \end{bmatrix}$$

Kramer

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{dy}{dx} & x e^x + e^x \\ \frac{d^2y}{dx^2} & x e^x + 2e^x \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} e^x & x e^x + e^x \\ e^x & x e^x + 2e^x \end{vmatrix}} =$$

$$C_1 = \frac{\frac{dy}{dx}(x e^x + 2e^x) - \frac{d^2y}{dx^2}(x e^x + e^x)}{e^x (x e^x + 2e^x) - e^x (x e^x + e^x)}$$

$$C_1 = \frac{\frac{dy}{dx}(x e^x + 2e^x) - \frac{d^2y}{dx^2}(x e^x + e^x)}{\cancel{x e^x e^x} + 2e^x e^x - \cancel{x e^x e^x} - e^x e^x}$$

$$C_1 = \frac{\frac{dy}{dx}(x e^x + 2e^x) - \frac{d^2y}{dx^2}(x e^x + e^x)}{e^x e^x}$$

$$C_1 = \frac{\frac{dy}{dx}(x + 2) - \frac{d^2y}{dx^2}(x + 1)}{e^x}$$

$$\begin{tikzcd} \text{EDO} \arrow[r, bend left] & \text{SG} \arrow[l, bend left] \end{tikzcd}$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0}$$

$$\boxed{y = c_1 e^x + c_2 x e^x}$$

$$\frac{dy}{dx} = c_1 e^x + c_2\left(xe^x + e^x\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = c_1 e^x + c_2\left(xe^x + 2e^x\right)$$

$$\left[c_1 e^x + c_2\left(xe^x + 2e^x\right)\right] - 2\left(c_1 e^x + c_2\left(xe^x + e^x\right)\right) + \left(c_1 e^x + c_2 x e^x\right) = 0$$

$$\left(c_1 + 2c_2 - 2c_1 - 2c_2 + c_1\right)e^x + \left(c_2 - 2c_2 + c_2\right)xe^x = 0$$

$$\left(0 \cdot c_1 + 0\, c_2\right)e^x + \left(0 \cdot c_2\right)xe^x = 0$$

$$\underline{\underline{0 \equiv 0}}$$

ED

ED. Ordinarias $\quad F\left(x, y(x), \frac{dy}{dx}, \dots\right) = 0$

EDO

una sóla variable independiente

CAP. I, II, III, IV

ED en Derivadas Parciales $\quad F\left(x, y, z(x,y), \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \dots\right) = 0$

EDenDP

dos o más v.i.

CAP. V

Orden ED

"El orden de ED está dado por la derivada de mayor orden"

$$\frac{\partial^5 z}{\partial x^3 \partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{EDenDP}(5)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0 \qquad \text{EDO}(2)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g \qquad \text{EDO}(2)$$

El orden EDO establece las constantes arbitrarias que contiene su solución general (única)

$$\frac{d^4y}{dx^4} - 6\frac{d^2y}{dx^2} + 8y = 0 \quad \text{EDO}(4)$$

$$y_g = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3 + c_4 y_4$$

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ y_1' & y_2' & y_3' & y_4' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' & y_4'' \\ y_1''' & y_2''' & y_3''' & y_4''' \end{vmatrix} \neq 0$$

$$y_g = c_1 \cos(2x) + c_2 \operatorname{sen}(3x) + c_3 e^{4x}$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} + a_1(x)\frac{d^2y}{dx^2} + a_2(x)\frac{dy}{dx} + a_3(x)\,y = 0$$

EDO(3)

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g \quad \text{EDO}(2)$$

$$y(t) = c_1 y_1 + c_2 y_2 + y_3$$

$$P_{ST} = \frac{\sum S_5 + \sum T_n}{(n+5)}$$

$$P_{EP} = \frac{\sum_{i=1}^{3} E_i}{3}$$

$$P_{semestre} = \frac{P_{EP} + P_{ST}}{2}$$

$$P_{final} = \frac{E_f + P_{sem}}{2}$$