MÉTODO OPERADOR DIFERENCIAL

$$\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}+9y=8e^{-3x}-6\cos(2x).$$

EDO(2) L CC NH.

$$\boxed{\begin{array}{l}(D^2+6D+9)y=0\\ (D+3)^2y=0 \quad y=C_1e^{-3x}+C_2xe^{-3x}\end{array}}$$

$$(D+3)^2_H\,(D+3)_A\,(D^2+4)_A\,y=0$$

$$(D+3)^3(D^2+4)y=0 \quad \text{EDO(5) L CC H.}$$

$$y_g=C_1e^{-3x}+C_2xe^{-3x}+\underbrace{C_3x^2e^{-3x}+C_4\cos(2x)+C_5\operatorname{sen}(2x)}_{y_{p/Q}.}$$

$$y_{g/H}=C_1e^{-3x}+C_2xe^{-3x}$$

$$y_{p/Q}=Ax^2e^{-3x}+B\cos(2x)+D\operatorname{sen}(2x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 8e^{-3x} - 6\cos(2x).$$

$$y_{p/Q} = Ax^2e^{-3x} + B\cos(2x) + D\,\mathrm{sen}(2x)$$

$$\frac{dy}{dx} = A\left(2xe^{-3x} - 3x^2e^{-3x}\right) - \left(2B\,\mathrm{sen}(2x)\right) + \left(2D\cos(2x)\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2A\left(e^{-3x} - 3xe^{-3x}\right) - 3A\left(2xe^{-3x} - 3x^2e^{-3x}\right) +$$
$$+\left(-4B\cos(2x) - 4D\,\mathrm{sen}(2x)\right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} \Leftrightarrow 2Ae^{-3x} - 12Axe^{-3x} + 9Ax^2e^{-3x} - 4B\cos(2x) - 4D\left(\mathrm{sen}(2x)\right)$$
$$+ \quad +6\frac{dy}{dx} \Leftrightarrow 12Axe^{-3x} - 18Ax^2e^{-3x} + 12D\cos(2x) - 12B\left(\mathrm{sen}(2x)\right)$$
$$+9y \Leftrightarrow +9Ax^2e^{-3x} + 9B\cos(2x) + 9D\,\mathrm{sen}(2x).$$

$$2Ae^{-3x} + (0)xe^{-3x} + (0)x^2e^{-3x} + (5B + 12D)\cos(2x) + (5D - 12B)\,\mathrm{sen}(2x)$$

$$= \quad Q(x) \quad 8e^{-3x} - 6\cos(2x)$$

$$\boxed{\begin{aligned} 2A &= 8 \\ 5B + 12D &= -6 \\ -12B + 5D &= 0 \end{aligned}}$$

$$\boxed{A = 4}$$

$$60B + 144D = -72$$
$$-60B + 25D = 0$$
$$(\oplus) \quad 169D = -72$$
$$D = -\frac{72}{169}$$

$$5B = -6 - 12D$$
$$B = \frac{-6 - 12\left(-\frac{72}{169}\right)}{5}$$
$$B = \frac{-6\times 169 + \frac{12\times 72}{169}}{5}$$
$$B = -\frac{30}{169}$$

$$\boxed{y_g = C_1e^{-3x} + C_2xe^{-3x} + 4x^2e^{-3x} - \frac{30}{169}\cos(2x) - \frac{72}{169}\,\mathrm{sen}(2x)}$$

MÉTODO DE LOS PARÁMETROS VARIABLES

$$\frac{dy}{dx} + p(x)\,y = q(x)$$

$$y_g = C_1 e^{-\int p(x)dx} + e^{-\int p(x)dx} \int e^{\int p(x)dx} q(x)\,dx$$

$$y_{g/NH} = \left(C_1 + \int e^{\int p(x)dx} q(x)\,dx\right) e^{-\int p(x)dx}$$

$$\begin{cases} y_{g/H_A} = C_1 e^{-\int p(x)dx}. \\ y_{g/NH} = A(x)\, e^{-\int p(x)dx} \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}+9y=8e^{-3x}-6\cos(2x).$$

$$\boxed{\begin{aligned}&(D^2+6D+9)y=0\\&(D+3)^2y=0 \Rightarrow y_{g/H}=C_1e^{-3x}+C_2xe^{-3x}\end{aligned}}$$

$$\Rightarrow y_{g/NH}=A(x)e^{-3x}+B(x)xe^{-3x}$$

$$\frac{dy}{dx}=-3A(x)e^{-3x}+\left(B(x)e^{-3x}-3B(x)xe^{-3x}\right)$$

$$=\left(-3A(x)+B(x)\right)e^{-3x}-3B(x)xe^{-3x}+\underbrace{A'(x)e^{-3x}+B'(x)xe^{-3x}}_{=0}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\left(-3A(x)+B(x)\right)e^{-3x}+\left(-3B(x)\right)xe^{-3x}+(0)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\left(9A(x)-3B(x)\right)e^{-3x}+\left(9B(x)xe^{-3x}\right)+\left(-3B(x)\right)e^{-3x}$$

$$\left(9A(x)-6B(x)\right)e^{-3x}+9B(x)xe^{-3x}+\left(-3A'(x)+B'(x)\right)e^{-3x}-3B'(x)xe^{-3x}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2}=\left(9A(x)-6B(x)\right)e^{-3x}+9B(x)xe^{-3x}+Q(x)$$

$$=Q(x)$$

$$A'(x)e^{-3x}+B'(x)xe^{-3x}=0$$

$$(-3A'(x)+B'(x))e^{-3x}-3B'(x)xe^{-3x}=Q(x)$$

$$=8e^{-3x}-6\cos(2x)$$

$$+3A'(x)e^{-3x}+3B'(x)xe^{-3x}=0$$

$$\underbrace{-3A'(x)e^{-3x}}_{0}\ \underbrace{-3B'(x)xe^{-3x}}_{0}+B'(x)e^{-3x}=8e^{-3x}-6\cos(2x)$$

$$B(x)=\int(8-6e^{3x}\cos(2x))dx$$

$$B(x)=8x-\frac{18}{13}e^{3x}\cos(2x)-\frac{12}{13}e^{3x}\operatorname{sen}(2x)$$

$$A'(x)=\frac{-1}{e^{-3x}}\left(8-6e^{3x}\cos(2x)\right)xe^{-3x}$$

$$A'(x)=-8x+6\cos(2x)xe^{-3x}$$

$$A(x)=-8\int x\,dx+6\int\cos(2x)xe^{-3x}dx$$