

>
SOLUCIÓN

>
1) (35/100 puntos) DÉ LA CLASIFICACIÓN (ordinaria o derivadas parciales, orden, grado, lineal o no lineal) (7 puntos) DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL CON SU SOLUCIÓN GENERAL:

$$Ecuacion := x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 - 2 y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = -4 x$$

$$SolucionGeneral := y(x) = \frac{x^2}{C_1} + C_1 \quad (1)$$

E INDIQUE CUÁLES DE LAS SIGUIENTES FUNCIONES SON SOLUCIÓN Y DE QUÉ TIPO (particular o singular) Y CUÁLES NO LO SON, ARGUMENTANDO CADA RESULTADO

(4 puntos cada respuesta correcta menos 2 puntos menos cada respuesta incorrecta)

$$funcion_1 := y(x) = -\frac{1}{5} x^2 + 5$$

$$funcion_2 := y(x) = \frac{1}{3} x^2 + 3$$

$$funcion_3 := y(x) = -x^2 - 1$$

$$funcion_4 := y(x) = x^2 + 1$$

$$funcion_5 := y(x) = 2 x$$

$$funcion_6 := y(x) = -4 x$$

$$funcion_7 := y(x) = 4 x \quad (2)$$

> restart

RESPUESTA 1) parte I

>
CLASIFICACIÓN= Ecuación diferencial ordinaria, primer orden, no-lineal, segundo grado. {EDO(1). NL.G=2}

> $Ecuacion := x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 - 2 y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = -4 x; SolucionGeneral := y(x) = \frac{x^2}{C_1} + C_1$

$$Ecuacion := x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 - 2 y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = -4 x$$

$$SolucionGeneral := y(x) = \frac{x^2}{C_1} + C_1 \quad (3)$$

> $Comprobacion_0 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(SolucionGeneral), lhs(Ecuacion) - rhs(Ecuacion) = 0)))$

$$Comprobacion_0 := 0 = 0 \quad (4)$$

>
RESPUESTA 1) parte II

> $funcion_1 := y(x) = -\frac{1}{5} x^2 + 5$

(5)

$$funcion_1 := y(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 5 \quad (5)$$

> $Comprobacion_1 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(funcion_1), lhs(Ecuacion) - rhs(Ecuacion) = 0)))$

$$Comprobacion_1 := 8x = 0 \quad (6)$$

$funcion_1$ NO ES SOLUCIÓN.

> $funcion_2 := y(x) = \frac{1}{3}x^2 + 3$

$$funcion_2 := y(x) = \frac{1}{3}x^2 + 3 \quad (7)$$

> $Comprobacion_2 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(funcion_2), lhs(Ecuacion) - rhs(Ecuacion) = 0)))$

$$Comprobacion_2 := 0 = 0 \quad (8)$$

> $ParametroDos := solve(rhs(funcion_2) = rhs(SolucionGeneral), C_1)$

$$ParametroDos := 3, \frac{1}{3}x^2 \quad (9)$$

$funcion_2$ ES SOLUCIÓN PARTICULAR PUES SATISFACE LA ECUACIÓN Y EL PARÁMETRO TOMA EL VALOR DE 3

> $funcion_3 := y(x) = -x^2 - 1$

$$funcion_3 := y(x) = -x^2 - 1 \quad (10)$$

> $Comprobacion_3 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(funcion_3), lhs(Ecuacion) - rhs(Ecuacion) = 0)))$

$$Comprobacion_3 := 0 = 0 \quad (11)$$

> $ParametroTres := solve(rhs(funcion_3) = rhs(SolucionGeneral), C_1)$

$$ParametroTres := -1, -x^2 \quad (12)$$

$funcion_3$ ES SOLUCIÓN PARTICULAR PUES SATISFACE LA ECUACIÓN Y EL PARÁMETRO TOMA EL VALOR DE -1

> $funcion_4 := y(x) = x^2 + 1$

$$funcion_4 := y(x) = x^2 + 1 \quad (13)$$

> $Comprobacion_4 := simplify(eval(subs(y(x) = rhs(funcion_4), lhs(Ecuacion) - rhs(Ecuacion) = 0)))$

$$Comprobacion_4 := 0 = 0 \quad (14)$$

> $ParametroCuatro := solve(rhs(funcion_4) = rhs(SolucionGeneral), C_1)$

$$ParametroCuatro := 1, x^2 \quad (15)$$

$funcion_4$ ES SOLUCIÓN PARTICULAR PUES SATISFACE LA ECUACIÓN Y EL PARÁMETRO TOMA EL VALOR DE 1

> $funcion_5 := y(x) = 2x$

$$funcion_5 := y(x) = 2x \quad (16)$$

$$\begin{aligned} > \text{Comprobacion}_5 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_5), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ & \quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ & \quad \text{Comprobacion}_5 := 0 = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} > \text{ParametroCinco} := \text{solve}(\text{rhs}(\text{funcion}_5) = \text{rhs}(\text{SolucionGeneral}), C_1) \\ & \quad \text{ParametroCinco} := x, x \end{aligned} \quad (18)$$

funcion₅ ES SOLUCIÓN SINGULAR PUES SATISFACE LA ECUACIÓN PERO NO HAY VALOR REAL PARA EL PARÁMETRO

$$\begin{aligned} > \text{funcion}_6 := y(x) = -4 x \\ & \quad \text{funcion}_6 := y(x) = -4 x \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} > \text{Comprobacion}_6 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_6), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ & \quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ & \quad \text{Comprobacion}_6 := -12 x = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

funcion₆ NO ES SOLUCIÓN.

$$\begin{aligned} > \text{funcion}_7 := y(x) = 4 x \\ & \quad \text{funcion}_7 := y(x) = 4 x \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} > \text{Comprobacion}_7 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_7), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ & \quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ & \quad \text{Comprobacion}_7 := -12 x = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

funcion₇ NO ES SOLUCIÓN

>

FIN RESPUESTA 1)

> restart

2) ((15/100 puntos) DADA LA SIGUIENTE SOLUCIÓN GENERAL, OBTENGA SU ECUACIÓN DIFERENCIAL CORRESPONDIENTE :

$$y(x) = _C1 e^{2x} + _C2 \cos(3 x) + _C3 \sin(3 x) - 9 x \cos(3 x) \quad (23)$$

>

RESPUESTA 2)

$$\begin{aligned} > \text{SolucionGeneral} := y(x) = _C1 e^{2x} + _C2 \cos(3 x) + _C3 \sin(3 x) - 9 x \cos(3 x) \\ & \quad \text{SolucionGeneral} := y(x) = _C1 e^{2x} + _C2 \cos(3 x) + _C3 \sin(3 x) - 9 x \cos(3 x) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolucionHomogenea} := y(x) = _C1 e^{2x} + _C2 \cos(3 x) + _C3 \sin(3 x) \\ & \quad \text{SolucionHomogenea} := y(x) = _C1 e^{2x} + _C2 \cos(3 x) + _C3 \sin(3 x) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolucionParticular} := y(x) = -9 x \cos(3 x) \\ & \quad \text{SolucionParticular} := y(x) = -9 x \cos(3 x) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} > \text{EcuacionCaracteristica} := \text{expand}((m - 2) \cdot (m - 3 I) \cdot (m + 3 I)) = 0 \\ & \quad \text{EcuacionCaracteristica} := m^3 - 18 + 9 m - 2 m^2 = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} > \text{EcuacionHom} := y''' - 2 \cdot y'' + 9 \cdot y' - 18 y = 0 \\ & \quad \text{EcuacionHom} := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 2 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 9 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 18 y(x) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} > Q := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{SolucionParticular}), \text{lhs}(\text{EcuacionHom})))) \\ & \quad Q := 162 \cos(3 x) - 108 \sin(3 x) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} > \text{EcuacionFinal} := \text{lhs}(\text{EcuacionHom}) = Q \\ \text{EcuacionFinal} := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 2 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 9 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 18 y(x) = 162 \cos(3 x) \\ - 108 \sin(3 x) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} > \text{Comprobacion}_1 := \text{simplify}(\text{dsolve}(\text{EcuacionFinal})) \\ \text{Comprobacion}_1 := y(x) = -\frac{36}{13} \cos(3 x) - 9 x \cos(3 x) + \frac{54}{13} \sin(3 x) + _C1 \cos(3 x) \\ + _C2 e^{2x} + _C3 \sin(3 x) \end{aligned} \quad (31)$$

>
FIN RESPUESTA 2)

> restart

3) (25/100 puntos) OBTENGA LA SOLUCIÓN PARTICULAR DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL CON LA CONDICIÓN INICIAL DADA - UTILIZANDO EXCLUSIVAMENTE EL MÉTODO DE FACTOR INTEGRANTE - (no utilizar dsolve, ni exactsol, ni separablesol)

$$\begin{aligned} 2 x y(x) \ln(y(x)) + \left(x^2 + y(x)^2 \sqrt{y(x)^2 + 1} \right) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \\ y(1) = 2 \end{aligned} \quad (32)$$

RESPUESTA 3)

$$\begin{aligned} > \text{Ecuacion} := 2 x y(x) \ln(y(x)) + \left(x^2 + y(x)^2 \sqrt{y(x)^2 + 1} \right) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \\ \text{Ecuacion} := 2 x y(x) \ln(y(x)) + \left(x^2 + y(x)^2 \sqrt{y(x)^2 + 1} \right) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} > \text{Condicion} := y(1) = 2 \\ \text{Condicion} := y(1) = 2 \end{aligned} \quad (34)$$

> with(DEtools):

$$\begin{aligned} > \text{intfactor}(\text{Ecuacion}) \\ \frac{1}{y(x)} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} > M := 2 x y \ln(y); N := x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1} \\ M := 2 x y \ln(y) \\ N := x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} > \text{DerMy} := \text{diff}(M, y); \text{DerNx} := \text{diff}(N, x) \\ \text{DerMy} := 2 x \ln(y) + 2 x \\ \text{DerNx} := 2 x \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} > f := \frac{(\text{DerNx} - \text{DerMy})}{M} \\ f := -\frac{1}{y} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} > \text{FactInt} := \text{isolate} \left(\text{int} \left(\frac{1}{\text{mu}}, \text{mu} \right) = \text{int}(f, y), \text{mu} \right) \\ \text{FactInt} := \mu = \frac{1}{y} \end{aligned} \quad (39)$$

$$> MM := \text{simplify}(\text{rhs}(\text{FactInt}) \cdot M); NN := \text{simplify}(\text{rhs}(\text{FactInt}) \cdot N)$$

$$MM := 2x \ln(y)$$

$$NN := \frac{x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1}}{y} \quad (40)$$

$$> \text{comprobacion} := \text{diff}(MM, y) - \text{diff}(NN, x) = 0$$

$$\text{comprobacion} := 0 = 0 \quad (41)$$

$$> \text{IntMMx} := \text{int}(MM, x)$$

$$\text{IntMMx} := x^2 \ln(y) \quad (42)$$

$$> \text{SolucionGeneral} := \text{int}(MM, x) + \text{int}((NN - \text{diff}(\text{IntMMx}, y)), y) = C_1$$

$$\text{SolucionGeneral} := x^2 \ln(y) + \frac{1}{3} (y^2 + 1)^{3/2} = C_1 \quad (43)$$

$$> \text{Parametro} := \text{subs}(x=1, y=2, \text{lhs}(\text{SolucionGeneral}))$$

$$\text{Parametro} := \ln(2) + \frac{5}{3} \sqrt{5} \quad (44)$$

$$> \text{SolucionParticular} := \text{subs}(C_1 = \text{Parametro}, \text{SolucionGeneral})$$

$$\text{SolucionParticular} := x^2 \ln(y) + \frac{1}{3} (y^2 + 1)^{3/2} = \ln(2) + \frac{5}{3} \sqrt{5} \quad (45)$$

>
FIN RESPUESTA 3)

> restart

4) (25/100 puntos) DADA LA ECUACIÓN DIFERENCIAL, OBTENGA SU SOLUCIÓN GENERAL (no utilizar dsolve, ni exactsol, ni separablesol):

$$y(x)^3 + 2(x^3 - xy(x)^2) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \quad (46)$$

>
RESPUESTA 4)

$$> \text{Ecuacion} := y(x)^3 + 2(x^3 - xy(x)^2) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0$$

$$\text{Ecuacion} := y(x)^3 + 2(x^3 - xy(x)^2) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = 0 \quad (47)$$

> with(DEtools) :

$$> \text{odeadvisor}(\text{Ecuacion})$$

$$[[_homogeneous, class A], _rational, _dAlembert] \quad (48)$$

$$> \text{EcuacionDos} := \text{simplify}(\text{isolate}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = u(x) \cdot x, \text{Ecuacion})), \text{diff}(u(x), x)))$$

$$\text{EcuacionDos} := \frac{d}{dx} u(x) = -\frac{1}{2} \frac{u(x)(u(x)^2 - 2)}{x(-1 + u(x)^2)} \quad (49)$$

$$> P := \frac{1}{2} \cdot \frac{u(u^2 - 2)}{(-1 + u^2)}$$

$$P := \frac{1}{2} \frac{u(u^2 - 2)}{-1 + u^2} \quad (50)$$

$$> \text{Solucion} := \text{int}\left(\frac{1}{x}, x\right) + \text{int}\left(\frac{1}{P}, u\right) = C_1$$

$$(51)$$

$$\text{Solucion} := \ln(x) + \frac{1}{2} \ln(u^2 - 2) + \ln(u) = C_1 \quad (51)$$

$$> \text{SolucionDos} := \text{subs}\left(u = \frac{y}{x}, \text{Solucion}\right)$$

$$\text{SolucionDos} := \ln(x) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{y^2}{x^2} - 2\right) + \ln\left(\frac{y}{x}\right) = C_1 \quad (52)$$

$$> \text{SolucionGeneral} := \text{expand}(\text{simplify}(\text{exp}(\text{lhs}(\text{SolucionDos})) \cdot 2) = C_1)$$

$$\text{SolucionGeneral} := \frac{y^4}{x^2} - 2y^2 = C_1 \quad (53)$$

$$> \text{SolSol} := \frac{y(x)^4}{x^2} - 2y(x)^2 = C_1$$

$$\text{SolSol} := \frac{y(x)^4}{x^2} - 2y(x)^2 = C_1 \quad (54)$$

$$> \text{DerSolSol} := \text{simplify}(\text{isolate}(\text{diff}(\text{SolSol}, x), \text{diff}(y(x), x)))$$

$$\text{DerSolSol} := \frac{d}{dx} y(x) = \frac{1}{2} \frac{y(x)^3}{x(y(x)^2 - x^2)} \quad (55)$$

$$> \text{DerSol} := \text{isolate}(\text{Ecuacion}, \text{diff}(y(x), x))$$

$$\text{DerSol} := \frac{d}{dx} y(x) = -\frac{y(x)^3}{2x^3 - 2xy(x)^2} \quad (56)$$

$$> \text{Comprobar} := \text{simplify}(\text{rhs}(\text{DerSolSol}) - \text{rhs}(\text{DerSol})) = 0$$

$$\text{Comprobar} := 0 = 0 \quad (57)$$

>
FIN EXAMEN