

>

SOLUCIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA
ECUACIONES DIFERENCIALES
PRIMER EXAMEN PARCIAL
SEMESTRE 2014-2

31 MARZO 2014

> restart

1) (20/100 puntos)

a) DÉ LA CLASIFICACIÓN (ordinaria o derivadas parciales, orden, grado, lineal o no lineal) PARA LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL (10 puntos):

$$x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 - 2 y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = -4 x$$

$$\text{SolucionGeneral} := y(x) = \frac{x^2}{C_1} + C_1 \quad (1)$$

b) DADA LA SOLUCIÓN GENERAL, INDIQUE CUÁLES DE LAS SIGUIENTES CINCO FUNCIONES SON SOLUCIÓN Y DE QUÉ TIPO (particular o singular) Y CUÁLES NO LO SON, ARGUMENTANDO MATEMÁTICAMENTE CADA RESULTADO

(2 puntos por cada respuesta correcta menos 1 puntos por cada respuesta incorrecta)

$$\text{funcion}_1 := y(x) = 3 x^2 + \frac{1}{3}$$

$$\text{funcion}_2 := y(x) = \frac{1}{5} x^2 - 5$$

$$\text{funcion}_3 := y(x) = -x^2 - 1$$

$$\text{funcion}_4 := y(x) = 4 x$$

$$\text{funcion}_5 := y(x) = 2 x$$

(2)

>

RESPUESTA 1a)

Es una Ecuación Diferencial Ordinaria (primer orden, grado = 2) NO-LINEAL EDO(1)NL

>

RESPUESTA 1b)

> Ecuacion := $x \cdot \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 - 2 \cdot y(x) \cdot \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = -4 x$

$$\text{Ecuacion} := x \left(\frac{d}{dx} y(x) \right)^2 - 2 y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) = -4 x \quad (3)$$

> SolucionGeneral := $y(x) = \frac{x^2}{C_1} + C_1$

$$\text{SolucionGeneral} := y(x) = \frac{x^2}{C_1} + C_1 \quad (4)$$

COMPROBACION PRIMERA FUNCIÓN

$$\begin{aligned} &> \text{funcion}_1 := y(x) = 3x^2 + \frac{1}{3} \\ &\text{funcion}_1 := y(x) = 3x^2 + \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_1 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_1), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ &\quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ &\text{Comprobacion}_1 := 0 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

SÍ ES SOLUCIÓN, VAMOS A COMPROBAR SI ES PARTICULAR

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_{11} := \text{solve}(\text{rhs}(\text{SolucionGeneral}) = \text{rhs}(\text{funcion}_1), C_1) \\ &\text{Comprobacion}_{11} := \frac{1}{3}, 3x^2 \end{aligned} \quad (7)$$

COMO EL PARÁMETRO

C_1 TOMA EL VALOR DE $\frac{1}{3}$ ENTONCES LA **funcion₁** ES UNA **SOLUCIÓN PARTICULAR**

COMPROBACION SEGUNDA FUNCIÓN

$$\begin{aligned} &> \text{funcion}_2 := y(x) = \frac{1}{5}x^2 - 5 \\ &\text{funcion}_2 := y(x) = \frac{1}{5}x^2 - 5 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_2 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_2), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ &\quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ &\text{Comprobacion}_2 := 8x = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

LA **funcion₂** NO ES SOLUCIÓN

>

COMPROBACIÓN TERCERA FUNCIÓN

$$\begin{aligned} &> \text{funcion}_3 := y(x) = -x^2 - 1 \\ &\text{funcion}_3 := y(x) = -x^2 - 1 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_3 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_3), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ &\quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ &\text{Comprobacion}_3 := 0 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

SÍ ES SOLUCIÓN, VAMOS A COMPROBAR SI ES PARTICULAR

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_{31} := \text{solve}(\text{rhs}(\text{SolucionGeneral}) = \text{rhs}(\text{funcion}_3), C_1) \\ &\text{Comprobacion}_{31} := -1, -x^2 \end{aligned} \quad (12)$$

COMO EL PARÁMETRO

C_1 TOMA EL VALOR DE -1 ENTONCES LA **funcion₃** ES UNA **SOLUCIÓN PARTICULAR**

>

COMPROBACIÓN CUARTA FUNCIÓN

$$\begin{aligned} &> \text{funcion}_4 := y(x) = 4x \\ &\text{funcion}_4 := y(x) = 4x \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_4 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_4), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ &\quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ &\quad \text{Comprobacion}_4 := -12x = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

LA **funcion₄** NO ES SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} &> \\ &\text{COMPROBACIÓN QUINTA FUNCIÓN} \\ &> \text{funcion}_5 := y(x) = 2x \\ &\quad \text{funcion}_5 := y(x) = 2x \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_5 := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(y(x) = \text{rhs}(\text{funcion}_5), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ &\quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ &\quad \text{Comprobacion}_5 := 0 = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

SÍ ES SOLUCIÓN, VAMOS A COMPROBAR SI ES PARTICULAR

$$\begin{aligned} &> \text{Comprobacion}_{51} := \text{solve}(\text{rhs}(\text{SolucionGeneral}) = \text{rhs}(\text{funcion}_5), C_1) \\ &\quad \text{Comprobacion}_{51} := x, x \end{aligned} \quad (17)$$

COMO EL PARÁMETRO C_1 NO TOMA NINGÚN VALOR REAL ENTONCES LA **funcion₅** ES UNA SOLUCIÓN SINGULAR

>
FIN RESPUESTA 1)

> restart

2) (20/100)

OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL DE PRIMER ORDEN (**SIN UTILIZAR dsolve**)

$$\frac{d}{dt} x(t) + x(t) \sin(t) = \sin(t) \cos(t) \quad (18)$$

>
RESPUESTA 2)

$$\begin{aligned} &> \text{Ecuacion} := \frac{d}{dt} x(t) + x(t) \cdot \sin(t) = \sin(t) \cdot \cos(t) \\ &\quad \text{Ecuacion} := \frac{d}{dt} x(t) + x(t) \sin(t) = \sin(t) \cos(t) \end{aligned} \quad (19)$$

Es una Ecuación Diferencial Ordinaria (primer orden) Lineal **Coefficientes-Variables** No-Homogénea

$$\begin{aligned} &> p := \sin(t); q := \sin(t) \cdot \cos(t) \\ &\quad p := \sin(t) \\ &\quad q := \sin(t) \cos(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &> \text{IntP} := \text{int}(p, t) \\ &\quad \text{IntP} := -\cos(t) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &> \text{ExpIntPos} := \exp(\text{IntP}) \\ &\quad \text{ExpIntPos} := e^{-\cos(t)} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &> \text{ExpIntNeg} := \exp(-\text{IntP}) \\ &\quad \text{ExpIntNeg} := e^{\cos(t)} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} > \text{IntQ} := \text{int}(\text{ExpIntPos} \cdot q, t) \\ & \text{IntQ} := e^{-\cos(t)} \cos(t) + e^{-\cos(t)} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolucionGeneral} := x(t) = \text{simplify}(C_1 \cdot \text{ExpIntNeg} + \text{ExpIntNeg} \cdot \text{IntQ}) \\ & \text{SolucionGeneral} := x(t) = C_1 e^{\cos(t)} + \cos(t) + 1 \end{aligned} \quad (25)$$

>
COMPROBACION

$$\begin{aligned} > \text{Comprobacion} := \text{simplify}(\text{eval}(\text{subs}(x(t) = \text{rhs}(\text{SolucionGeneral}), \text{lhs}(\text{Ecuacion}) \\ & \quad - \text{rhs}(\text{Ecuacion}) = 0))) \\ & \text{Comprobacion} := 0 = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolGral} := \text{dsolve}(\text{Ecuacion}) \\ & \text{SolGral} := x(t) = \cos(t) + 1 + e^{\cos(t)} _C1 \end{aligned} \quad (27)$$

>
FIN RESPUESTA 2)

>
> restart

3) (20/100)

OBTENER LA SOLUCIÓN PARTICULAR DE LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL HOMOGÉNEA CON CONDICIONES INICIALES (SIN UTILIZAR dsolve)

$$\begin{aligned} \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) &= 0 \\ y(0) &= 1 \\ D(y)(0) &= 1 \\ D^{(2)}(y)(0) &= 1 \end{aligned} \quad (28)$$

>
RESPUESTA 3)

$$\begin{aligned} > \text{Ecuacion} := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) &= 0 \\ & \text{Ecuacion} := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} > \text{Condiciones} := y(0) = 1, D(y)(0) = 1, D^{(2)}(y)(0) = 1; \\ & \text{Condiciones} := y(0) = 1, D(y)(0) = 1, D^{(2)}(y)(0) = 1 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} > \text{EcuacionCaracteristica} := m \cdot 3 - 9 \cdot m \cdot 2 + 27 \cdot m - 27 = 0 \\ & \text{EcuacionCaracteristica} := m^3 - 9 m^2 + 27 m - 27 = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} > \text{Raiz} := \text{solve}(\text{EcuacionCaracteristica}) \\ & \text{Raiz} := 3, 3, 3 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolUno} := y(x) = \exp(\text{Raiz}_1 \cdot x); \text{SolDos} := y(x) = x \cdot \exp(\text{Raiz}_1 \cdot x); \text{SolTres} := y(x) = x \cdot 2 \\ & \quad \cdot \exp(\text{Raiz}_1 \cdot x) \\ & \text{SolUno} := y(x) = e^{3x} \\ & \text{SolDos} := y(x) = x e^{3x} \\ & \text{SolTres} := y(x) = x^2 e^{3x} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolucionGeneral} := y(x) = C_1 \cdot \text{rhs}(\text{SolUno}) + C_2 \cdot \text{rhs}(\text{SolDos}) + C_3 \cdot \text{rhs}(\text{SolTres}) \\ & \quad \text{SolucionGeneral} := y(x) = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} + C_3 x^2 e^{3x} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} > \text{Sistema} := \text{simplify}(\text{subs}(x=0, \text{rhs}(\text{SolucionGeneral}) = \text{rhs}(\text{Condiciones}_1))), \\ & \quad \text{simplify}(\text{subs}(x=0, \text{rhs}(\text{diff}(\text{SolucionGeneral}, x)) = \text{rhs}(\text{Condiciones}_2))), \\ & \quad \text{simplify}(\text{subs}(x=0, \text{rhs}(\text{diff}(\text{SolucionGeneral}, x\$2)) = \text{rhs}(\text{Condiciones}_3))) : \text{Sistema}_1; \\ & \quad \text{Sistema}_2; \text{Sistema}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_1 &= 1 \\ 3 C_1 + C_2 &= 1 \\ 9 C_1 + 6 C_2 + 2 C_3 &= 1 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} > \text{Parametro} := \text{solve}(\{\text{Sistema}\}, \{C_1, C_2, C_3\}) : \text{Parametro}_1; \text{Parametro}_2; \text{Parametro}_3 \\ & \quad C_1 = 1 \\ & \quad C_2 = -2 \\ & \quad C_3 = 2 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} > \text{SolucionParticular} := \text{subs}(C_1 = \text{rhs}(\text{Parametro}_1), C_2 = \text{rhs}(\text{Parametro}_2), C_3 \\ & \quad = \text{rhs}(\text{Parametro}_3), \text{SolucionGeneral}) \\ & \quad \text{SolucionParticular} := y(x) = e^{3x} - 2 x e^{3x} + 2 x^2 e^{3x} \end{aligned} \quad (37)$$

>
COMPROBACIÓN

$$\begin{aligned} > \text{SolPart} := \text{dsolve}(\{\text{Ecuacion}, \text{Condiciones}\}) \\ & \quad \text{SolPart} := y(x) = e^{3x} - 2 x e^{3x} + 2 x^2 e^{3x} \end{aligned} \quad (38)$$

>
FIN RESPUESTA 3)

>
> restart

4) (20/100)

OBTENER LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA SIGUIENTE ECUACION DIFERENCIAL NO HOMOGÉNEA (SIN UTILIZAR dsolve)

$$\begin{aligned} > \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) = 6 \cdot \exp(3 x) \\ & \quad \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) = 6 e^{3x} \end{aligned} \quad (39)$$

>
RESPUESTA 4)

$$\begin{aligned} > \text{EcuacionNoHom} := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) = 6 e^{3x} \\ & \quad \text{EcuacionNoHom} := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) = 6 e^{3x} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} > \text{Ecuacionhom} := \text{lhs}(\text{EcuacionNoHom}) = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

$$Ecuacionhom := \frac{d^3}{dx^3} y(x) - 9 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) + 27 \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - 27 y(x) = 0 \quad (41)$$

$$> Q := rhs(EcuacionNoHom)$$

$$Q := 6 e^{3x} \quad (42)$$

COMO LA ECUACIÓN HOMOGÉNEA ASOCIADA ES LA MISMA DE LA RESPUESTA ANTERIOR, SE PUEDE COPIAR LOS RESULTADOS INTERMEDIOS PREVIOS.

$$> EcuacionCaracteristica := m \cdot 3 - 9 \cdot m \cdot 2 + 27 \cdot m - 27 = 0$$

$$EcuacionCaracteristica := m^3 - 9 m^2 + 27 m - 27 = 0 \quad (43)$$

$$> Raiz := solve(EcuacionCaracteristica)$$

$$Raiz := 3, 3, 3 \quad (44)$$

$$> SolUno := y(x) = \exp(Raiz_1 \cdot x); SolDos := y(x) = x \cdot \exp(Raiz_1 \cdot x); SolTres := y(x) = x \cdot 2 \cdot \exp(Raiz_1 \cdot x)$$

$$SolUno := y(x) = e^{3x}$$

$$SolDos := y(x) = x e^{3x}$$

$$SolTres := y(x) = x^2 e^{3x} \quad (45)$$

$$> SolucionGeneralHom := y(x) = C_1 \cdot rhs(SolUno) + C_2 \cdot rhs(SolDos) + C_3 \cdot rhs(SolTres)$$

$$SolucionGeneralHom := y(x) = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x} + C_3 x^2 e^{3x} \quad (46)$$

$$> SolucionGeneralNoHom := y(x) = AA \cdot rhs(SolUno) + BB \cdot rhs(SolDos) + CC \cdot rhs(SolTres)$$

$$SolucionGeneralNoHom := y(x) = AA e^{3x} + BB x e^{3x} + CC x^2 e^{3x} \quad (47)$$

$$> with(linalg) :$$

$$> WW := wronskian([rhs(SolUno), rhs(SolDos), rhs(SolTres)], x)$$

$$WW := \begin{bmatrix} e^{3x} & x e^{3x} & x^2 e^{3x} \\ 3 e^{3x} & e^{3x} + 3 x e^{3x} & 2 x e^{3x} + 3 x^2 e^{3x} \\ 9 e^{3x} & 6 e^{3x} + 9 x e^{3x} & 2 e^{3x} + 12 x e^{3x} + 9 x^2 e^{3x} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$> RR := array([0, 0, Q])$$

$$RR := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6 e^{3x} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$> SOL := linsolve(WW, RR) : AAprima := SOL_1; BBprima := SOL_2; CCprima := SOL_3$$

$$AAprima := 3 x^2$$

$$BBprima := -6 x$$

$$CCprima := 3 \quad (50)$$

$$> AA := int(AAprima, x) + C_1; BB := int(BBprima, x) + C_2; CC := int(CCprima, x) + C_3$$

$$AA := x^3 + C_1$$

$$BB := -3 x^2 + C_2$$

$$CC := 3 x + C_3 \quad (51)$$

$$> SolucionFinal := simplify(SolucionGeneralNoHom)$$

$$SolucionFinal := y(x) = e^{3x} (x^3 + C_1 + x C_2 + x^2 C_3) \quad (52)$$

>

COMPROBACIÓN

> SolGral := dsolve(EcuacionNoHom)

$$\text{SolGral} := y(x) = x^3 (e^x)^3 + _C1 e^{3x} + _C2 x e^{3x} + _C3 x^2 e^{3x} \quad (53)$$

>

FIN RESPUESTA 4)

>

> restart

5) (20/100)

a) OBTENER LA SOLUCIÓN PARTICULAR DEL SIGUIENTE SISTEMA (SIN UTILIZAR dsolve) CON LAS CONDICIONES INICIALES: (15 puntos)

$$\frac{d}{dt} x(t) = x(t) + y(t) + z(t) + t^2 e^t$$

$$\frac{d}{dt} y(t) = x(t) + y(t) + z(t) + t e^t$$

$$\frac{d}{dt} z(t) = x(t) + y(t) + z(t) + e^t$$

$$x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) = 0 \quad (54)$$

b) GRAFICAR LA SOLUCIÓN PARTICULAR OBTENIDA EN EL INCISO a) PARA UN INTERVALO $0 < t < 1$ (5 puntos)

>

RESPUESTA 5a)

> Sistema := $\frac{d}{dt} x(t) = x(t) + y(t) + z(t) + t^2 e^t, \frac{d}{dt} y(t) = x(t) + y(t) + z(t) + t e^t, \frac{d}{dt} z(t) = x(t) + y(t) + z(t) + e^t$; Sistema₁; Sistema₂; Sistema₃

$$\frac{d}{dt} x(t) = x(t) + y(t) + z(t) + t^2 e^t$$

$$\frac{d}{dt} y(t) = x(t) + y(t) + z(t) + t e^t$$

$$\frac{d}{dt} z(t) = x(t) + y(t) + z(t) + e^t \quad (55)$$

> Condiciones := $x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) = 0$

$$\text{Condiciones} := x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) = 0 \quad (56)$$

> AA := array([[1, 1, 1], [1, 1, 1], [1, 1, 1]])

$$AA := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

> BB := array([$t^2 e^t, t e^t, e^t$])

$$BB := \begin{bmatrix} t^2 e^t & t e^t & e^t \end{bmatrix} \quad (58)$$

> Xcero := array([0, 0, 0])

$$Xcero := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

> with(linalg) :

> MatExp := exponential(AA, t)

$$MatExp := \begin{bmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t} & \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} & \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t} & \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} & \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t} \end{bmatrix} \quad (60)$$

> SolHom := evalm(MatExp &* Xcero)

$$SolHom := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

> MatExpTau := map(rcurry(eval, t='t - tau'), MatExp)

$$MatExpTau := \begin{bmatrix} \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} & \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} & \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} & \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} & \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} & \frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} \end{bmatrix} \quad (62)$$

> BBtau := map(rcurry(eval, t='tau'), BB)

$$BBtau := \begin{bmatrix} \tau^2 e^\tau & \tau e^\tau & e^\tau \end{bmatrix} \quad (63)$$

> ProdTau := evalm(MatExpTau &* BBtau) : ProdTau₁; ProdTau₂; ProdTau₃

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} \right) \tau^2 e^\tau + \left(\frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \right) \tau e^\tau + \left(\frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \right) e^\tau \\ & \left(\frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \right) \tau^2 e^\tau + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} \right) \tau e^\tau + \left(\frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \right) e^\tau \\ & \left(\frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \right) \tau^2 e^\tau + \left(\frac{1}{3} e^{3t-3\tau} - \frac{1}{3} \right) \tau e^\tau + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} e^{3t-3\tau} \right) e^\tau \end{aligned} \quad (64)$$

> IntTau := map(int, ProdTau, tau=0..t) : IntTau₁; IntTau₂; IntTau₃

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} t^2 e^t - 2 t e^t + e^t \\ & \frac{1}{3} e^{3t} + \frac{5}{3} - \frac{1}{2} t^2 e^t + t e^t - 2 e^t \\ & \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} t^2 e^t \end{aligned} \quad (65)$$

> SOL := evalm(SolHom + IntTau) : SolX := xx(t) = SOL₁; SolY := yy(t) = SOL₂; SolZ := zz(t) = SOL₃

$$\begin{aligned} SolX &:= xx(t) = \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{4}{3} + \frac{1}{2} t^2 e^t - 2 t e^t + e^t \\ SolY &:= yy(t) = \frac{1}{3} e^{3t} + \frac{5}{3} - \frac{1}{2} t^2 e^t + t e^t - 2 e^t \end{aligned}$$

$$SolZ := zz(t) = \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} t^2 e^t \quad (66)$$

>

COMPROBACIÓN

> $Sol := dsolve(\{Sistema, Condiciones\}) : Sol_1; Sol_2; Sol_3$

$$x(t) = e^t - 2t e^t + \frac{1}{2} t^2 e^t + \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{4}{3}$$

$$y(t) = -2e^t + t e^t - \frac{1}{2} t^2 e^t + \frac{1}{3} e^{3t} + \frac{5}{3}$$

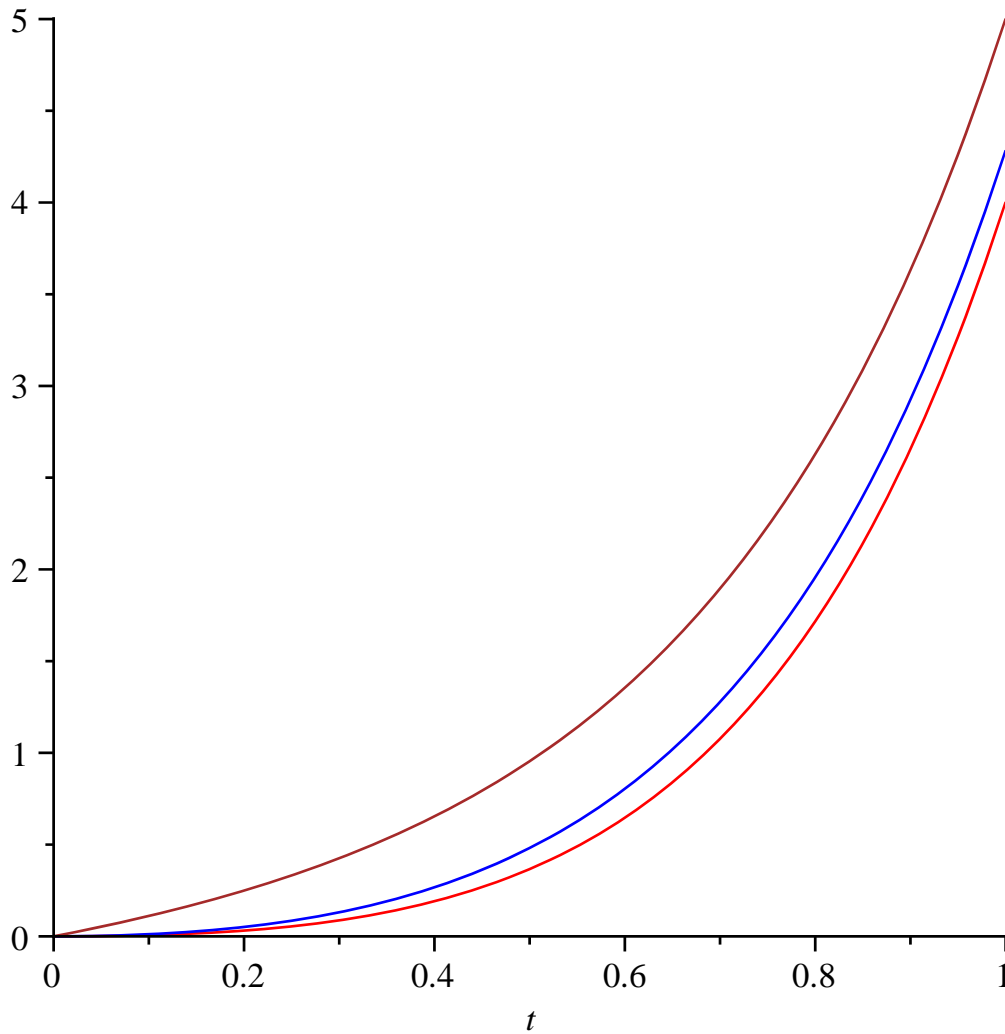
$$z(t) = -\frac{1}{2} t^2 e^t + \frac{1}{3} e^{3t} - \frac{1}{3}$$

(67)

>

RESPUESTA 5b)

> $plot([rhs(SolX), rhs(SolY), rhs(SolZ)], t=0..1, color=[red, blue, brown])$



>

>

>

>

```
|>  
|=  
|> restart  
|= FIN DEL EXAMEN  
|>
```